

**DO GAMÃO AO GAMÃO TRIGONOMÉTRICO**  
**FROM GAMON TO TRIGONOMETRIC GAMON**  
**DE BACKGAMMON AU BACKGAMMON TRIGONOMÉTRIQUE**

*Alessandra Arcanjo Lisboa de Oliveira*  
alessandraarcanjo82@gmail.com  
Licencianda em Matemática (UFRPE)

*Elisângela Bastos de Mélo Espíndola*  
elisangela.melo@ufrpe.br  
Doutora em Educação (UFRPE)  
Professora do Departamento de Educação (UFRPE)

*Eudes Mendes Barboza*  
eudesmendesbarboza@gmail.com  
Doutor em Matemática (UFRPE)  
Professor do Departamento de Matemática (UFRPE)

*Laura Celeste Melo de Souza*  
laurac.melosouza@gmail.com  
Licencianda em Matemática (UFRPE)

*Luciana Gonçalves de Lima*  
lucianagoncalvesdelimas@gmail.com  
Licencianda em Matemática (UFRPE)

**RESUMO**

O jogo Gamão Trigonométrico, como produto educacional do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid)<sup>1</sup>, foi desenvolvido na parceria entre professores e estudantes da universidade (grupo de pesquisa Laboratório Científico de Aprendizagem, Pesquisa e Ensino - LCAPE) e de uma escola pública da rede estadual de Pernambuco. No processo de construção desse jogo, tomamos por norte teórico-metodológico pressupostos da Abordagem Instrumental e da Teoria Antropológica do Didático. O Gamão Trigonométrico é composto por uma variedade de tarefas e técnicas

---

<sup>1</sup> Programa financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

relacionadas ao tema Razões Trigonométricas, além de ocasionar a mobilização de várias habilidades cognitivas. Dentre os resultados, apresentamos alguns elementos de sua gênese instrumental, por bolsistas do Pibid, além do relato de alguns estudantes do ensino médio acerca de seu primeiro contato com esse jogo.

**Palavras-chave:** Abordagem Instrumental. Razões Trigonométricas. Gamão. Teoria Antropológica do Didático.

### ABSTRACT

The Trigonometric Backgammon game, as an educational product of the Institutional Teaching Initiation Scholarship Program (Pibid, in the Portuguese acronym), was developed in a partnership between university professors and students from the research group Scientific Laboratory of Learning, Research and Teaching (LACAPE), and students and teachers from a public school of the state of Pernambuco. To build this game, we used theoretical and methodological guidelines from the Instrumental Approach and the Anthropological Theory of Didactics. The Trigonometric Backgammon is composed of a variety of tasks and techniques related to the Trigonometric Ratios and mobilizes several cognitive skills. Among the results, we present some elements of its instrumental genesis, by students sponsored by the Pibid, besides the report of some high school students about their first contact with this game.

**Keywords:** Instrumental Approach. Trigonometric ratios. Backgammon. Anthropological Theory of Didactics.

### RESUMÉ

Le jeu Backgammon Trigonométrique, en tant que produit pédagogique du Programme Institutionnel de Bourses d'Initiation à l'Enseignement (Pibid), a été développé en partenariat avec des professeurs d'université et des étudiants (groupe de recherche Laboratoire scientifique pour l'apprentissage, la recherche et l'enseignement - LACAPE) et d'une école publique dans l'état de Pernambuco. Dans le processus de construction de ce jeu, nous prenons comme base théorique-méthodologique les idées de l'approche instrumentale et de la théorie anthropologique du didactique. Le Backgammon Trigonométrique est composé d'une variété de tâches et de techniques liées au thème des raisons trigonométriques, en plus de provoquer la mobilisation de diverses compétences cognitives. Parmi les résultats, nous présentons quelques éléments de sa genèse instrumentale, par les boursiers Pibid, en plus du rapport de certains élèves du lycée sur leur premier contact avec ce jeu.

**Mots-clés:** Abordagem instrumental. Relatórios trigonométricos. Backgammon. Teoria antropológica da didática.

## INTRODUÇÃO

Historicamente, existem indícios de que o jogo Gamão foi praticado na antiguidade pelos egípcios com o nome de *Senet*. Na Mesopotâmia o praticavam com a designação *Jogo Real de Ur*. Os antigos romanos o jogavam como *Ludus duodecim scriptorum* (jogo das doze linhas). No caso dos antigos persas, ele teria sido jogado com o nome de *Nard*. Independente das várias versões sobre sua origem, reconhece-se que esse jogo foi praticado nos palácios e cortes dos mais variados povos, em diversas civilizações, caindo na graça de reis e imperadores, praticado por exércitos e plebeus (AITH, 2018). Segundo Silva (2003), o Gamão difundiu-se por toda a Europa, onde fora introduzido no ano I a.C., atravessando séculos, com diversas denominações. Por exemplo, na Espanha, ele é conhecido como *Tablas Reales*.

A difusão do Gamão no Brasil é atribuída aos primeiros navegadores portugueses e também aos hábitos da corte, como nos relata Setúbal (2019, p. 81): “[...] D. Leopoldina, à hora cálida, sentada debaixo do toldo, no tombadilho, cercada das suas camareiras e damas, deliciava-se em jogar Gamão com D. Francisca de Castelo Branco. E que urbanidade! [...]”. Outro fator de difusão da prática do Gamão no Brasil é atribuído à imigração de povos de países árabes (AITH, 2018). Que o adquiriram com a expansão do Império Islâmico, quando conquistou a Pérsia (país de jogadores do *Nard*).

Em nosso caso, apresentamos o Gamão Trigonométrico, concebido no seio do Pibid e do LACAPE - UFRPE, com o propósito didático de favorecer o desenvolvimento da habilidade proposta na Base Nacional Comum Curricular:

EM13MAT308 – “Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos” (BRASIL, 2018, p. 536).

Ademais, neste trabalho, pomos em relevo o processo de transformação do Gamão (um artefato)<sup>2</sup> ao Gamão Trigonométrico (um instrumento para o ensino de razões trigonométricas. De uma parte, por aspectos da gênese instrumental desenvolvida por bolsistas de iniciação à docência. De outra parte, pelas tarefas e técnicas matemáticas propostas nesse jogo, no sentido atribuído pela Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1999).

Com efeito, a seguir refinamos o quadro teórico-metodológico adotado no presente trabalho, antes de apresentamos o Gamão Trigonométrico e algumas considerações sobre seu uso em sala de aula.

### **Abordagem instrumental e orquestração instrumental**

Segundo Rabardel (1995), um instrumento é uma entidade mista formada por dois componentes: de uma parte, um artefato, material ou simbólico, produzido para o sujeito ou para outros; de outra parte, um ou mais esquemas de utilização associados ao artefato.

Um esquema de utilização comporta “esquemas de uso; esquemas de ação instrumentada e, se o sujeito está inserido em atividades coletivas, um esquema de atividade coletiva instrumentada” (IGNÁCIO, 2018, p. 27). A referida

---

<sup>2</sup> Na abordagem instrumental, um artefato pode ser um meio material, como um martelo, uma enxada, ou um meio simbólico, como uma linguagem simbólica (linguagem algébrica, símbolos vetoriais etc.) (RABARDEL, 1995).

noção de esquema é baseada em Vergnaud (1990), ou seja, uma organização invariante de comportamentos para classes de situações.

Rabardel (1995), discorre que a passagem de um artefato a um instrumento, é fruto de uma gênese instrumental desencadeada por dois processos imbricados: instrumentação e instrumentalização.

A instrumentação (orientada para o sujeito): tem relação ao surgimento e evolução de esquemas de utilização e da ação instrumental. [...] um processo pelo qual as especificidades e as potencialidades de um artefato vão condicionar as ações de um sujeito para resolver um dado problema e a instrumentalização (orientada para o artefato): tem relação com o enriquecimento das propriedades do artefato. [...] um processo pelo qual o sujeito modifica, adapta ou produz novas propriedades, personalizando o artefato de acordo com suas demandas (ABAR; ALENCAR, 2013, p.354).

No nosso caso, o processo de transformação do artefato (Gamão) em um instrumento para o ensino de razões trigonométricas (Gamão Trigonométrico); como já foi dito, dentre outros procedimentos, teve a inserção de tarefas matemáticas relacionadas a esse tema à luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD) (CHEVALLARD, 1999).

Particularmente, a noção de orquestração instrumental (OI) (TROUCHE, 2004; DRIJVERS et al., 2010) diz respeito a como os professores pensam em acompanhar o processo de apropriação de artefatos pelos estudantes no contexto do ensino.

Metaforicamente, em uma OI, o cenário educativo é comparado a uma orquestra. “O professor, comparado ao maestro, decide os cenários, recursos, situações e dinâmicas, comparado a escolha de distribuição física, partituras e os instrumentos que os instrumentistas (comparado aos estudantes) irão tocar” (LUCENA; GITIRANA, 2015, p. 3).

Uma OI é formada essencialmente por três componentes: configuração didática, modo de exploração e desempenho didático. A configuração didática é geralmente prevista antes da aula do professor (relacionada ao ambiente de ensino e os artefatos envolvidos nele). O modo de exploração se refere a forma como o professor decide explorar uma configuração didática visando atender suas intenções didáticas. O desempenho didático revela a viabilidade da orquestração desenvolvida.

### **Considerações sobre a Teoria Antropológica do Didático (TAD)**

A TAD (CHEVALLARD,1999) oferece ferramentas que possibilitam desvelar as organizações matemáticas e didáticas usuais em instituições no trabalho com os objetos de ensino e de aprendizagem. Nesse sentido, o conjunto composto por essas organizações (matemáticas e didáticas) é um patrimônio da instituição escola, da instituição livro didático de matemática, da instituição professor, dentre outras.

A noção de *praxeologia* matemática ou organização matemática é instituída com base nos tipos de tarefas (T) a serem realizadas por meio da técnica ( $\tau$ ), que, por sua vez, é explicada e legitimada por elementos tecnológicos ( $\theta$ ), justificados e esclarecidos por uma teoria ( $\Theta$ ). A *praxeologia* [T,  $\tau$ ,  $\theta$ ,  $\Theta$ ] formada por esses quatro componentes articula um bloco prático-técnico [T,  $\tau$ ], designando o saber-fazer, que consiste da associação entre certo tipo de tarefa e uma determinada técnica, e um bloco tecnológico-teórico [ $\theta$ ,  $\Theta$ ], designando o saber, resultado da articulação entre a tecnologia e a teoria (ARAÚJO, 2009).

Como toda organização *praxeológica*, uma organização didática se articula em tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias. Dentro dessa organização, destacam-se tipos de situações, que são chamadas de momentos de estudo ou momentos didáticos. A seguir, explicitamos os procedimentos

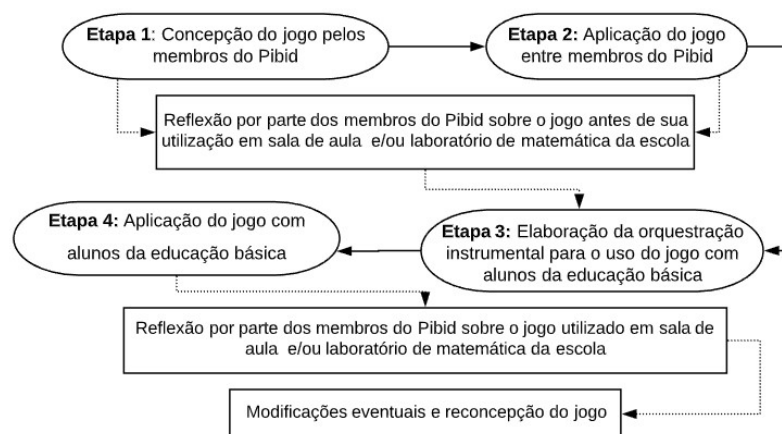
metodológicos efetivados na concepção do Gamão Trigonométrico, sobretudo, voltados para o bloco prático-técnico [T,  $\tau$ ] da *praxeologia* matemática em tela; ou seja, acerca do tema Razões Trigonométricas.

## Metodologia

O Gamão Trigonométrico foi desenvolvido no Pibid, no período letivo de 2018.2 a 2019.2, no cenário do LCAPE (UFRPE) e de uma escola pública da rede do Estado de Pernambuco, localizada no município de Camaragibe: Escola Estadual Ministro Jarbas Passarinho.

Na figura a seguir, pode ser vista a organização metodológica do trabalho de concepção e de utilização do Gamão Trigonométrico no contexto escolar.

Figura 1 - Organização metodológica



Fonte: Autoria própria.

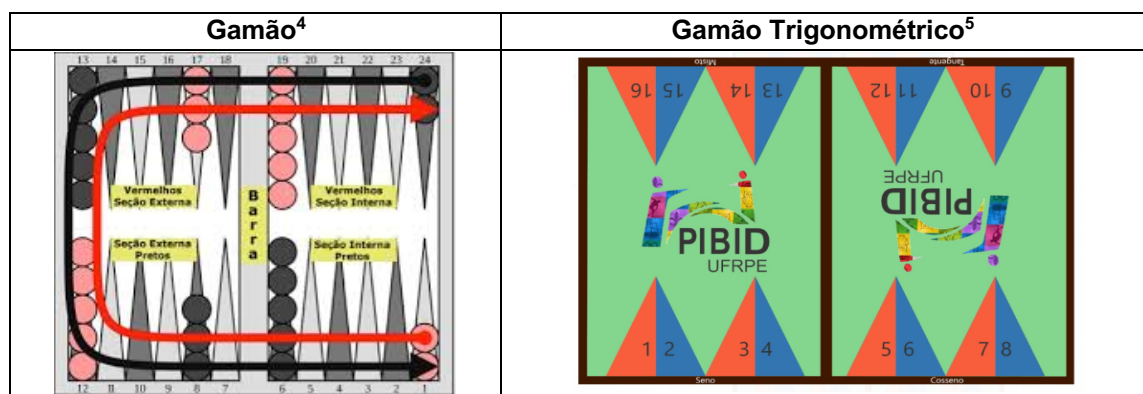
A primeira etapa – concepção do jogo (Figura 1) foi desenvolvida a partir do segundo semestre de vivência do Pibid. A segunda etapa – aplicação do jogo entre membros do Pibid, ocorreu na universidade, em encontros mensais do projeto. Nessa etapa, todos os bolsistas foram convidados a opinar e sugerir

ajustes no jogo, bem como os professores. A terceira etapa – elaboração da orquestração instrumental para o uso do jogo com estudantes da educação básica<sup>3</sup> – ocorreu de modo concomitante à aplicação do jogo entre os membros do Pibid. A quarta etapa – aplicação do jogo com estudantes da educação básica – ocorreu no laboratório de matemática da escola com estudantes do 1º ano do EM. A aplicação do jogo foi videogravada, referendada por procedimentos éticos. Tais como, o resguardo das imagens dos participantes. A reflexão por parte dos membros do Pibid – podemos dizer que foi contínua; ou seja, tanto antes da aplicação do jogo com os estudantes da escola, quanto depois dessa aplicação.

### O Gamão Trigonométrico

Em virtude da primeira etapa metodológica (concepção do jogo) e da segunda etapa (aplicação do jogo entre membros do Pibid), apresentamos as adaptações realizadas no tabuleiro e nas regras do Gamão no processo de construção do Gamão Trigonométrico.

Quadro 1 - Características dos tabuleiros dos jogos



<sup>3</sup> A coleta de dados ocorrida na escola ocorreu de acordo com os padrões éticos de pesquisa das instituições envolvidas: UFRPE e escola da rede estadual de Pernambuco.

<sup>4</sup> Disponível em: <https://historiagogamao.wordpress.com/regras-do-gamao/>

<sup>5</sup> Disponível em: <https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/574369>.



O tabuleiro consiste em 24 triângulos isósceles (casas).	O tabuleiro consiste em 16 triângulos retângulos (casas). Os números contidos nos triângulos correspondem ao número de uma carta contendo uma tarefa a ser respondida.
Os triângulos são de cores alternadas e agrupados em 4 quadrantes, cada um deles com 6 triângulos.	Os triângulos são de cores alternadas e agrupados em 4 quadrantes, cada um deles com 4 triângulos. Os quadrantes estão organizados em tarefas sobre: seno, cosseno, tangente e misto (sen, cos e tg).
Os quadrantes internos (partida/chegada do jogo) são separados dos quadrantes externos por uma faixa situada no centro do tabuleiro (chamada barra).	

Fonte: autoria própria.

As adaptações realizadas no tabuleiro do Gamão (Quadro 1), quanto ao número de triângulos (de 24 para 16), ocorreram em virtude do tempo necessário para uma partida, que pode chegar a mais de uma hora. No caso do Gamão Trigonométrico, como temos as cartas com tarefas a serem respondidas, isto poderia ser inviabilizado durante uma ou duas aulas (50 min). Ademais, para uma melhor visibilidade dos estudantes, optamos por expor as tarefas contidas nas cartas enumeradas, modificando nossa ideia inicial de apresentá-las em cada triângulo do tabuleiro (fruto da etapa 2, Figura 1).

No Quadro 2, expomos as adaptações realizadas nas regras do Gamão no processo de construção do Gamão Trigonométrico.

Quadro 2 - Características das regras dos jogos

<b>Gamão</b>	<b>Gamão Trigonométrico</b>
Número de peças: 30 (sendo 15 de cada cor)	Número de peças: 20 (sendo 10 de cada cor)
Cada jogador, na sua vez, deve lançar 2 dados e movimentar suas peças de acordo com os valores dos dados. Cada jogador sempre move as peças em um único sentido, um no sentido horário, e o outro no sentido anti-horário. Se o jogador atual não conseguir efetuar jogadas válidas com os valores obtidos nos dados, este passará a vez.	Idem ao Gamão

A casa de destino de uma peça nunca pode ser uma que já tenha 2 ou mais peças do adversário.	A casa de destino de uma peça nunca pode ser uma que já tenha peças do adversário.
Se a casa de destino tiver somente 1 peça adversária, esta é capturada, sai do quadrante e vai para a “barra”.	Se na casa de destino, houver um desafio (tarefa a responder); em caso de acerto, o jogador avança o número dos dados em dobro; em caso de erro, a peça será capturada, saindo do quadrante e indo para a barra.
Quando um jogador tem uma ou mais peças capturadas, ele só pode fazer movimentos de resgate, ou seja, movimentos que tirem suas peças capturadas da barra e a coloque em uma casa, sempre obedecendo a regra que diz que a casa de destino não pode conter mais de 1 peça adversária.	Idem ao Gamão
	Os movimentos de resgate, só poderão ser realizados no primeiro quadrante de cada jogador, além disso, o jogador poderá usar os dois dados para realizar sua tentativa de resgate.
Se um jogador obtiver nos seus 2 dados valores iguais, terá o direito de fazer 4 jogadas com os valores dos dados em vez das 2 jogadas habituais.	Idem ao Gamão
Um jogador só pode iniciar a retirada das suas peças do tabuleiro de gamão quando todas elas estiverem no quadrante inferior (também chamado de seção interna). Para retirar uma peça, o jogador deve obter nos dados o valor equivalente ao número de casas restantes. Caso obtenha nos dados um valor maior que o necessário pelas peças mais distantes, ele deverá retirar essas peças.	Não possuímos essa regra.
O vencedor do jogo será o jogador que retirar todas as suas peças do tabuleiro antes do adversário.	Idem ao Gamão

Fonte: autoria própria.

No Quadro 2, destacamos a redução do número de peças para cada jogador (de 30 para 20 peças) em consequência da redução do número de casas do tabuleiro (Quadro 1). Assim como, a inserção de bônus ou ônus para os jogadores ao acertarem ou errarem os desafios referentes às tarefas envolvendo razões trigonométricas.

No Gamão Trigonométrico, as tarefas envolvendo o tema razões trigonométricas, foram organizados em dois tipos:  $T_1$ . Calcular a medida de um lado do triângulo retângulo e  $T_2$ . Calcular a medida de um ângulo do triângulo retângulo (ESPINDOLA; LUBERIAGA; TRGALOVA, 2018). Tais tarefas (contidas nas cartas)<sup>6</sup> foram organizadas em subtipos; ou seja, propostas nos diferentes quadrantes do tabuleiro: seno, cosseno, tangente e misto.

As técnicas referentes às tarefas  $T_1$  ou  $T_2$  são:

- ✓  $t_1$ . Aplicar a definição de seno em um triângulo retângulo. Substituir o valor do seno do ângulo concernente. Calcular a medida solicitada pelo produto dos termos da proporção
- ✓  $t_2$ . Aplicar a definição de cosseno em um triângulo retângulo. Substituir o valor do cosseno do ângulo concernente. Calcular a medida solicitada pelo produto dos termos da proporção.
- ✓  $t_3$ . Aplicar a definição de tangente em um triângulo retângulo. Substituir o valor da tangente do ângulo concernente. Calcular a medida solicitada pelo produto dos termos da proporção.
- ✓  $t_4$ . Aplicar a definição de seno em um triângulo retângulo; simplificar a razão e depois identificar o valor em graus do ângulo notável concernente.
- ✓  $t_5$ . Aplicar a definição de cosseno em um triângulo retângulo, simplificar a razão e depois identificar o valor em graus do ângulo notável concernente.
- ✓  $t_6$ . Aplicar a definição de tangente em um triângulo retângulo, simplificar a razão e depois identificar o valor em graus do ângulo notável concernente.

Apresentamos na Figura 2, alguns exemplos das tarefas  $T_1$  e  $T_2$  apresentadas nas cartas do jogo.

---

<sup>6</sup> Disponível em: <https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/574369>.

Figura 2 - Cartas do Gamão Trigonométrico<sup>7</sup>



Fonte: <https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/574369>.

A propósito da terceira etapa (elaboração da orquestração instrumental para o uso do jogo com estudantes), como vimos, a OI está relacionada ao acompanhamento do processo de apropriação de artefatos pelos estudantes em um cenário escolar. No nosso caso, o artefato em cena, para os estudantes, é o Gamão Trigonométrico. Isto é, um jogo até então desconhecido para eles. O que nos levou a buscar verificar suas reações e impressões por meio de videogravação e registro escrito.

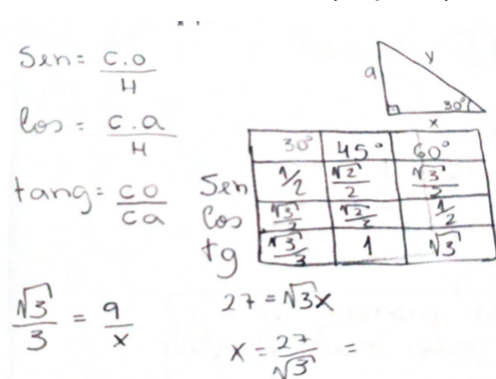
Para o uso do jogo com estudantes do 1º ano do Ensino Médio, organizamos uma configuração didática, em termos da seguinte disposição espacial: os estudantes foram organizados em duplas, sentados em fileiras de carteiras no ambiente do laboratório de matemática da escola. Três bolsistas do Pibid acompanharam as partidas do jogo entre as duplas e uma professora realizou a videogravação. A intenção didática em cena, foi voltada para a situação: Conceber e pôr em prática momentos de aprendizagem e de exercício (Exploração do tipo de tarefa  $T_1$  e  $T_2$ ) e as técnicas relacionadas a essas tarefas. Além de proporcionar aos estudantes, estudar o tema de forma mais interativa, motivante e prazerosa.

<sup>7</sup> As cartas do Gamão Trigonométrico e o tabuleiro do jogo estão disponíveis na plataforma eduCapes, no link: <https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/574369>.

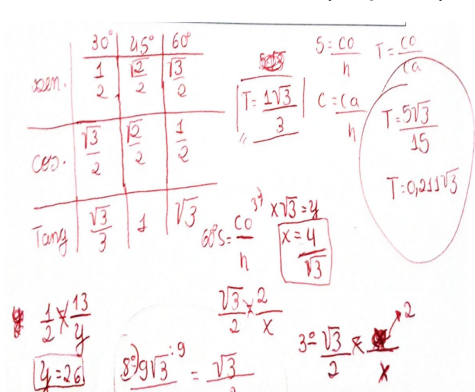
Sobre a quarta etapa (aplicação do jogo com estudantes), na qual se revelou o desempenho didático na OI, destacamos que durante as partidas com o Gamão Trigonométrico, vários estudantes buscaram representar por escrito a tabela trigonométrica com ângulos notáveis, para recordarem os valores concernentes ao seno, cosseno e tangente de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ . O que nos suscitou a necessidade de expor a referida tabela ou não, a partir do contexto de compreensão dos estudantes. Haja vista, não termos anteriormente, levantado essa possibilidade de uso da referida tabela.

Figura 3 – Extratos da resolução das tarefas do jogo

Estudante A (dupla 1)



Estudante B (dupla 2)



Fonte: Protocolo da aplicação do jogo em sala de aula.

Podemos perceber na Figura 3, a exemplo do estudante A e do estudante B, a busca em representar a figura do triângulo retângulo e como se fez presente o registro algébrico (fórmulas) das razões acerca do sen, cos e tg. No momento da aplicação do jogo em sala de aula, ressaltamos que as bolsistas do Pibid foram esclarecendo as dúvidas dos estudantes a cada tarefa a ser resolvida. Consideramos que isto favoreceu a aprendizagem do tema, como podemos constatar na avaliação de alguns estudantes (E).

E1: *Ajudou a lembrar as fórmulas de assuntos passados.*

*E2: Aprendi sobre Trigonometria e refrescou a mente, já que aprendi vários assuntos.*

Além da aprendizagem de conteúdos relacionados ao tema Razões Trigonométricas, os estudantes indicaram gostar do jogo, por ser divertido, como podemos ver na próxima figura.

*E3: O jogo faz com que você aprenda fazendo as questões; sendo um jogo, achei muito divertido.*

*E4: É divertido e ajuda no raciocínio.*

*E5: Estimula o interesse do estudante a participar e gostar mais da matéria, fazendo assim aprender.*

Grosso modo, os estudantes acharam o Gamão Trigonométrico divertido e se apresentaram dispostos a responderem as tarefas propostas. Assim, ao final da aplicação do jogo, validamos nossas expectativas acerca de promover a aprendizagem de elementos relacionados à habilidade prescrita na BNCC - EM13MAT308 (BRASIL, 2018).

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho sobre a concepção e utilização do Gamão Trigonométrico, buscou também, de certa forma, contemplar o objetivo do Pibid, em torno de:

Inserir licenciandos (as) no cotidiano de escolas da rede pública, proporcionando-lhes oportunidades de criação e participação em experiências metodológicas, tecnológicas e práticas docentes de caráter inovador e interdisciplinar que busquem a superação de problemas identificados no processo de ensino-aprendizagem (BRASIL, 2020, p.2).

Nessa perspectiva, concordamos com Silva e Kodama (2004, p. 5), ao afirmarem sobre o papel do professor no uso de jogos, que ele “muda de

comunicador de conhecimento para o de observador, organizador, consultor, mediador, inventor, controlador e incentivador da aprendizagem”.

Grosso modo, consideramos que esse trabalho, no Pibid, contribuiu para a formação docente na Licenciatura em Matemática e proporcionou aos estudantes da escola, uma melhoria da aprendizagem sobre o tema razões trigonométricas. Esperamos assim, que o Gamão Trigonométrico possa ser utilizado em outras escolas e sirva de inspiração à elaboração de outros jogos matemáticos, envolvendo a participação de estudantes e professores.

### Referências

ABAR, Celina Aparecida Almeida Pereira; ALENCAR, Sérgio Vicente. A Gênese Instrumental na interação com o GeoGebra: uma proposta para a formação continuada de professores de matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 27, n. 46, p. 349-365, ago. 2013.

AITH, Marcelo. **A história do gamão**. 2018. Disponível em: <https://historiadogamao.wordpress.com/>. Acesso em: 30 jul. 2019.

ARAÚJO, Abrãao Juvencio de. **O ensino de álgebra no Brasil e na França estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da teoria antropológica do didático**. 2009, 290 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID**. Edital nº 2/2020. Brasília: CAPES, 2020. Disponível em: <https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/06012019-edital-2-2020-pibid-pdf>. Acesso: 04 jan. 2020.

CHEVALLARD, Yves. L’analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999.

DRIJVERS, Paul; DOORMAN, Michiel; BOON, Peter; GISBERGEN, Sjeff Van. **Instrumental Orchestration: Theory and Practice**. Freudenthal Institute for Science and Mathematics Education, Utrecht University. France, 2010.

ESPINDOLA, Elisângela Bastos de Mélo; LUBERIAGA, Elida; TRGALOVA, Jana. Decisões didáticas e fatores que as influenciam no ensino de razões trigonométricas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.20, n.3, p. 263-279, 2018.

IGNÁCIO, Rogério da Silva. **Criação de capítulo de livro didático digital no estágio curricular supervisionado: uma análise da documentação na formação inicial do professor de matemática**. 2018. 171f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2018.

LUCENA, Rosilângela; GITIRANA, Verônica. Recursos, mediações e representações: análise de uma sessão de tutoria de Geometria Analítica em uma Licenciatura a Distância. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 6, n. 3, p.1-26. 2015.

RABARDEL, Pierre. **Les hommes et les technologies: une approche cognitive des instruments contemporains**. Paris: Armand Colin, 1995.

SETÚBAL, Paulo. **A Marquesa de Santos**. Belém: Universidade da Amazônia, 2019.

SILVA, Maria José de Castro. **A Dialética construtiva da adição e subtração nas estratégias do jogo gamão**. 2003, 185f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas - SP, 2003.

SILVA, Aparecida Francisco da.; KODAMA, Helia Matiko Yano. **Jogos no ensino da Matemática**. Trabalho apresentado na II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática. Salvador: Universidade Federal da Bahia, 25 a 29 de outubro de 2004. Disponível em: <http://www.bienasbm.ufba.br/OF11.pdf>. Acesso em: 20 jan. 2020.

TROUCHE, Luc. Environnements informatisés et mathématiques: quels usages pour quels apprentissages? **Educational Studies in Mathematics**, 55, p. 181-197, 2004.

VERGNAUD, Gerard. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 10 (23): p.133-170, 1990.