

**A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS POR MEIO DO USO DE JOGO EM  
AULAS DE MATEMÁTICA**

**THE PROBLEM SOLVING BY MEANS OF THE USE OF GAME IN  
MATHEMATICS CLASSES**

**SOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE EL USO DEL JUEGO EN  
CLASES DE MATEMÁTICAS**

*Ananda de Oliveira Varlesse*

[ananda\\_aov@hotmail.com](mailto:ananda_aov@hotmail.com).

Graduada em Matemática.

Instituto Nossa Senhora Auxiliadora

*Antonio Carlos de Souza*

[ac.souza@unesp.br](mailto:ac.souza@unesp.br).

Doutor em Ensino de Ciências e Matemática.

Universidade Estadual Paulista

**RESUMO**

O presente artigo tem como objetivo analisar o desenvolvimento de habilidades de raciocínio indutivo e dedutivo por meio de um jogo intitulado "Jogo dos Círculos". Para tanto foi realizada uma pesquisa de cunho qualitativo desenvolvida com a participação de 25 alunos, matriculados no quinto ano de uma escola municipal da cidade de Cruzeiro, estado de São Paulo. Na referida pesquisa, foram realizados três encontros nos quais o jogo foi aplicado de três formas diferentes. Para a coleta de dados, foram feitos registros em áudio, registros fotográficos, assim como registros escritos. No processo de análise dos dados, perceberam-se alguns indícios do uso do raciocínio indutivo e do raciocínio dedutivo, bem como o interesse gerado nos alunos pelo jogo e a postura que mantiveram ao longo do trabalho, mobilizando seus conhecimentos frente aos problemas propostos.

**PALAVRAS-CHAVE:** Educação Matemática. Jogos matemáticos. Raciocínio dedutivo. Raciocínio indutivo.

**ABSTRACT**

This article aims to analyze the development of inductive and deductive reasoning skills through a game entitled "Game of Circles". To this end, a qualitative research was carried out with the participation of 25 students, enrolled in the fifth year of a municipal school in the city of Cruzeiro, state of

36

São Paulo. In that research, three meetings were held in which the game was applied in three different ways. For data collection, audio records, photographic records, as well as written records were made. In the data analysis process, some signs of the use of inductive reasoning and deductive reasoning were perceived, as well as the interest generated in the students by the game and the posture they maintained throughout the work, mobilizing their knowledge in the face of the proposed problems.

**KEYWORDS:** Mathematical education. Mathematical games. Deductive reasoning. Inductive reasoning.

## RESUMEN

Este artículo tiene como objetivo analizar el desarrollo de las habilidades de razonamiento inductivo y deductivo a través de un juego llamado "Juego de círculos". Con este fin, se realizó una investigación cualitativa con la participación de 25 estudiantes, matriculados en el quinto año de una escuela municipal en la ciudad de Cruzeiro, estado de São Paulo. En esa investigación, se llevaron a cabo tres reuniones en las que el juego se aplicó de tres maneras diferentes. Para la recopilación de datos, se hicieron registros de audio, registros fotográficos, así como registros escritos. En el proceso de análisis de datos, se notaron algunas indicaciones sobre el uso del razonamiento inductivo y el razonamiento deductivo, así como el interés generado en los estudiantes por el juego y la postura que mantuvieron a lo largo del trabajo, movilizando su conocimiento frente a los problemas propuestos.

**PALABRAS CLAVE:** Educación Matemática. Juegos matemáticos. Razonamiento deductivo. Razonamiento inductivo.

## INTRODUÇÃO

Dante (2000) afirma que um dos principais objetivos do ensino de Matemática é fazer o aluno pensar produtivamente; considera – ainda que – para isso, nada melhor que lhe apresentar situações-problema que o envolva, o desafie e o motive a querer resolvê-las. Nesse sentido, o uso do jogo nas aulas de Matemática pode contribuir para que o aluno pense conforme aponta o autor.

Diante disso, o presente texto apresenta o resultado de uma pesquisa qualitativa de caráter interpretativo, que teve por objetivo analisar habilidades

de raciocínio indutivo e dedutivo por meio de um jogo de estratégia denominado “Jogo dos Círculos” (BORIN, 2004). O desenvolvimento da pesquisa se deu com a participação de 25 alunos matriculados no 5º ano de escola uma municipal de Ensino Fundamental, situada na cidade de Cruzeiro-SP e buscou responder à questão “*Qual contribuição da Resolução de Problemas, através do uso de jogos, para o desenvolvimento do raciocínio indutivo e dedutivo de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental?*”.

O interesse para a realização da referida pesquisa surgiu – juntamente – com o interesse por jogos e situações que contribuem, de maneira significativa, no desenvolvimento dos raciocínios indutivo e dedutivo dos alunos.

### **Resolução de problemas**

Segundo Dante (2003), a resolução de problemas é considerada uma metodologia de grande importância para o ensino de Matemática. Ela permite que o aluno pense de forma estratégica em um determinado problema, permitindo assim a construção do conhecimento, o desenvolvimento do raciocínio lógico e a busca constante por métodos de resolução.

Essa metodologia permite que o aluno construa o raciocínio de forma elaborada e de acordo com o problema proposto. O professor – por sua vez – tem o papel de levar o aluno a vivenciar situações de conflito com problemas diferenciados e que o desafie a tomar decisões por meio de explorações e fazendo relações entre áreas da Matemática.

O trabalho com a metodologia da resolução de problemas não possui uma maneira pré-determinada, podendo ser flexível e variar para cada professor de acordo com seus objetivos. Entretanto, Onuchic e Allevato (2011) definem uma sequência de etapas para o trabalho com essa metodologia, como base e orientação para os professores: preparação do problema; leitura individual; leitura em conjunto; resolução do problema; observação e incentivo; registro das resoluções na lousa; plenária; busca do consenso; e formalização do conteúdo.

### **Raciocínio matemático: indutivo e dedutivo**

Segundo Ponte, Pereira e Henriques (2012), o raciocínio matemático é fundamental na formulação de processos mentais com base ou não em uma informação, a fim de firmar novas conclusões sobre um determinado assunto. Dentre esses processos mentais, são valorizados os de caráter lógico e os processos intuitivos e dedutivos, de como se formulam novas ideias e se chegam a novas conclusões.

Em relação ao ensino de matemática, Borin (2004) ressalta que, de acordo com inúmeras competências ligadas ao raciocínio lógico, quando o aluno faz uso de um jogo, principalmente de estratégia, ele utiliza, em grande maioria, o raciocínio dedutivo e ressalta que o ato de observar, concentrar-se e generalizar a situação em questão é de fundamental importância para o raciocínio indutivo.

Para Borin (2004, p. 9), o raciocínio indutivo é “o raciocínio que utilizamos para formular hipóteses gerais a partir da observação de alguns casos particulares, muito empregado para justificar as propriedades e as regras da Matemática no ensino elementar”. Por sua vez, o raciocínio dedutivo “é um raciocínio formal, relacionado com as demonstrações e a lógica.” (PONTE, PEREIRA e HENRIQUES, 2012, p. 357).

Borin (2004) afirma ainda que o raciocínio dedutivo aparece com maior clareza na escolha dos lances que se baseiam tanto nas jogadas certas quanto nas erradas e que obriga o jogador a elaborar e reelaborar suas hipóteses a todo o momento. De fato, podemos dizer que o raciocínio indutivo é elaborado do particular ao geral, onde o aluno, após considerar um número suficiente de casos particulares, conclui uma verdade geral. O raciocínio dedutivo – por sua vez – é desenvolvido de forma geral para o particular, pois é no processo de raciocínio que, a partir de uma ou mais afirmações, o aluno obtém certa conclusão lógica.

### **Jogos na Educação Matemática**

No ato de jogar, o aluno é capaz de desenvolver inúmeras habilidades como organização, atenção e concentração. Habilidades consideradas por Borin (2004) como essenciais à aprendizagem de Matemática.

De acordo com Grandó (2004), ao propormos atividades com jogos para os alunos, a reação da grande maioria é de alegria, entusiasmo e prazer pela atividade, a afeição pelo material do jogo, pelo modo de jogar ou até mesmo pelo obstáculo exibido, atraem o aluno levando-o à participação ativa no contexto do jogo. Contudo, muitos educadores pensam que, ao disponibilizar ao aluno uma atividade com jogo e ele se sentir motivado e animado com tal atividade, já será suficiente para que se tenha garantia de aprendizagem.

Os jogos, se bem aplicados e orientados, podem possuir papel importante no desenvolvimento do aluno, sendo capaz de gerar situações-problemas desafiadoras. Logo, o aluno terá de tomar decisões e estabelecer diferentes pontos de vista para solucionar o problema encontrado. A inserção de jogos nas aulas de Matemática como recurso metodológico é incentivado para todos os níveis escolares, desde que “os objetivos com o jogo estejam claros, a metodologia a ser utilizada seja adequada ao nível em que se está trabalhando e, principalmente, que represente uma atividade desafiadora ao aluno para o desencadeamento do processo” (GRANDO, 2004, p. 25).

O uso dos jogos nas aulas de Matemática, segundo Borin (2004), abre a oportunidade para reduzir as dificuldades dos alunos, principalmente aos que possuem medo em relação ao aprender Matemática. No desenvolvimento dos jogos, não é possível uma atitude passiva porque a motivação é grande, ao mesmo tempo em que estes alunos falam matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem (BORIN, 2004).

### **O Jogo dos Círculos**

O Jogo dos Círculos proposto por Borin (2004, p.39) tem como objetivo desenvolver habilidades de raciocínio indutivo e dedutivo, trabalhar técnicas de resolução de problemas, desenvolver habilidades de percepção espacial e

promover o trabalho em equipe. Trata-se de um jogo de tabuleiro, composto por 15 círculos igualmente espaçados, conforme ilustra a Figura 1 a seguir:

Figura 1 – Tabuleiro Jogo dos Círculos



Fonte: Borin (2004, p.39)

Este jogo deve ser realizado por duas equipes. De maneira alternada, cada equipe, na sua vez de jogar, coloca sua marca em um círculo qualquer ou em dois círculos quaisquer, mas que estejam lado a lado; nessa proposta, ganha a equipe que colocar sua marca no último círculo vazio do tabuleiro. Este é considerado um jogo estratégico, sendo de grande importância os registros nos tabuleiros, para usá-los como base para a descoberta da estratégia vencedora.

A utilização do referido jogo de deus com o objetivo de analisar a forma com que os alunos jogam e buscam a tão esperada vitória.

### **Os procedimentos metodológicos**

As atividades de campo compunham em uma proposta didático-pedagógica para a abordagem de ideias de resolução de problemas. Foi proposto aos alunos o Jogo dos Círculos; para sua realização, foram necessários três encontros com duração de 1h30min cada um deles.

Quanto aos registros das atividades, esses foram feitos por meio de gravações em áudio e registros fotográficos. Nas gravações em áudio, foram utilizados *smartphones*, perfazendo um total de aproximadamente nove horas e meia de gravações, que foram todas transcritas. Durante o desenvolvimento dos trabalhos, contamos com a ajuda da professora da turma.

No primeiro encontro, foi solicitado que os alunos se dividissem em duas equipes: a equipe amarela e a vermelha. Os agrupamentos foram realizados de acordo com as afinidades, sendo importante que os alunos se sentissem à

vontade para fazer as discussões no decorrer do jogo. Como era ímpar o número de alunos participantes, a Equipe Amarela ficou um integrante a mais do que a Equipe Vermelha.

As equipes se organizaram, ficando cada uma em uma extremidade da sala. Para identificar e facilitar a visualização dos próprios alunos durante a realização do jogo, foram distribuídos coletes com as respectivas cores das equipes. O tabuleiro foi feito no chão da sala, com uso de bambolês coloridos e – no centro de cada um deles – foram colocados números nomeando cada círculo do tabuleiro, para facilitar o desenvolvimento do jogo, conforme mostra a figura 2.

Figura 2 – Equipes Amarela e Vermelha



Fonte: Elaborado pelos autores

Com as equipes formadas e em seus lugares, iniciou-se a explicação do jogo e de como iria funcionar com o tabuleiro reproduzido no centro da sala.

As equipes decidiram qual delas iria começar cada rodada pela disputa de par ou ímpar; a partir disso, a equipe vencedora (no par ou ímpar) realizaria a primeira jogada, e os alunos do grupo teriam que definir quantos e quais círculos iriam ocupar e qual aluno da equipe iria ocupar os mesmos. Feito isso, a equipe adversária fez o mesmo, e ambas realizaram as jogadas de modo alternado até que uma das equipes ocupasse o último círculo vencendo então a rodada.

Para cada equipe, foi entregue uma folha contendo tabuleiros para que pudessem registrar não só cada jogada de sua própria equipe, mas também as jogadas da equipe adversária. Os alunos foram orientados sobre como deveriam realizar os respectivos registros. Nesse momento inicial da aula, também foi explicado para os alunos que as marcações a serem feitas nos

tabuleiros deveriam ser com a letra inicial do nome de cada equipe; as jogadas da Equipe Vermelha deveriam ser registradas com a letra 'V' e as da Equipe Amarela com a letra 'A'. Com o fim de cada jogada, foi proposta uma discussão com a participação de todos os alunos quando eles poderiam compartilhar com os colegas as suas conjecturas e como procederam em suas investigações e estratégias.

No início da aula, os alunos realizaram a atividade buscando divertimento e compreensão das regras do jogo. Contudo com o passar das rodadas, por meio de suas próprias curiosidades e com o incentivo dos pesquisadores, os alunos começaram a se concentrar em como jogar e no que deveriam fazer para conquistar a vitória. Foram realizadas todas as etapas previstas para o encontro: organização da sala, explicação sobre o funcionamento do jogo, distribuição dos coletes, sorteio para iniciar o jogo, realização do jogo, discussões e reorganização da sala. Para a realização do segundo encontro, foi solicitado que os alunos se dividissem em grupos de quatro integrantes cada, sendo formadas duplas para jogarem umas contra as outras. Na identificação de cada uma das duplas, foi utilizada uma letra maiúscula do alfabeto (Figura 3).

Assim como no primeiro encontro, os alunos se dividiram por afinidade. Devido à quantidade de alunos presentes no dia da atividade, a turma ficou dividida em cinco grupos de quatro alunos e uma dupla.

O tabuleiro foi impresso em folha tamanho A2, sem numeração no centro de cada círculo, distribuídas como marcadores, 12 fichas de formato circular para cada dupla, totalizando 24 fichas para cada grupo. Para que fosse possível fazer a identificação, as cores das fichas eram distintas para cada grupo, como é possível visualizar na Figura 3.

Figura 3 – Tabuleiro e fichas.





Fonte: Elaborado pelos autores

Com os grupos formados, e todos em seus respectivos lugares, foi feita a explicação do jogo e de como iria funcionar com os materiais distribuídos em todos os grupos. Foi decidido que – em cada grupo – a dupla a iniciar cada rodada seria decidida através do par ou ímpar. A dupla teria que definir quantos e quais círculos iria ocupar e colocar suas fichas nos círculos escolhidos. Feito isso, a dupla adversária faria o mesmo e ambas realizariam as jogadas de modo alternado até que uma das duplas ocupasse o último círculo vencendo então a rodada.

Além disso, cada dupla recebeu uma folha tamanho A4 contendo tabuleiros; desse modo, poderiam registrar cada jogada de sua própria dupla, bem como também as jogadas da dupla adversária. Foi realizada uma leitura inicial da folha com os alunos sobre o registro a ser feito, buscando deixar o entendimento claro. Nesse momento inicial, foi explicado para os alunos que as marcações a serem feitas nos tabuleiros da atividade deveriam ser com a letra inicial designada de acordo o identificador. No decorrer da atividade, houve um acompanhamento de grupo em grupo para discutir com as duplas, levando os alunos a compartilhar com os colegas suas ideias e o modo pelo qual procederam em suas investigações e estratégias.

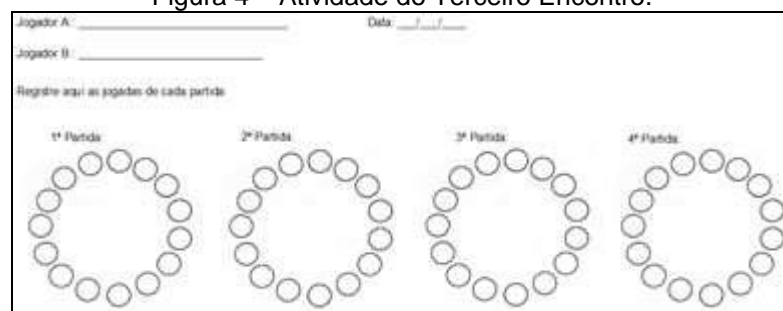
De início, os alunos realizaram a atividade buscando lembrar como e quais os resultados tiveram no primeiro encontro com o objetivo de aprimorar e encontrar um caminho de jogadas que lhes permitissem a vitória.

Para a realização do terceiro encontro, foi solicitado que os alunos se dividissem em duplas para jogar. Assim como nos encontros anteriores, os alunos se dividiram de acordo com suas afinidades. Com a participação de 24

alunos, a turma ficou dividida em doze duplas. Com as duplas formadas e ambas em seus lugares foi feita a explicação do jogo e de como iria funcionar.

A cada dupla, foi entregue uma folha de tamanho A4 contendo tabuleiros para que pudessem registrar a jogada de ambos os alunos (Figura 4). Foi decidido que, em cada dupla, o aluno a iniciar cada rodada seria decidido por par ou ímpar. Feito isso o aluno adversário faria o mesmo, e ambos iriam realizar as jogadas de modo alternado até que um dos alunos ocupasse o último círculo vencendo então a rodada.

Figura 4 – Atividade do Terceiro Encontro.



Fonte: Elaborado pelos autores

Foi realizada uma leitura inicial da folha com os alunos sobre o registro a ser feito, buscando deixar o entendimento claro. Também foi explicado para os alunos que as marcações a serem feitas nos tabuleiros da atividade deveriam ser com a letra inicial designada de acordo com o cabeçalho da atividade. Com isso, foi feita uma breve discussão com todos sobre as observações e ideias que já teriam consolidado sobre a dinâmica do jogo e de que forma estavam agindo para conquistar a vitória. Surgiram várias ideias; dentre elas, a possibilidade de se alterar a quantidade de círculos do tabuleiro conforme previsto por Borin (2004). Deste modo, foi proposto uma sobre diferentes formatos de tabuleiro e de que forma poderiam jogar. Findada essa discussão inicial, os alunos se puseram a fazer o que lhes foi solicitado, aplicando as ideias e estratégias que concluíram na discussão inicial.

## A análise

### Do primeiro encontro

No decorrer da análise, identificamos os alunos pelas iniciais do seu nome e sobrenome. Nos diálogos entre dois ou mais alunos, identificamos como equipe A para amarela ou V, para a equipe vermelha. Para identificar a fala da pesquisadora (primeira autora deste texto), utilizamos P. Essa forma de indicar as falas foi também utilizada nos demais encontros.

É importante ressaltar que – durante as jogadas, a partir da tomada de decisão de cada equipe – um aluno indicava o(s) círculo(s) que iriam ocupar e qual colega iria para o mesmo, sem dizer para a o restante da turma como havia feito a escolha. Por exemplo, “J. ocupe o círculo de número 1”, ou “J. e M. ocupem os círculos de números 1 e 2”. Dessa forma, ao longo desta análise, as rodadas foram descritas em forma de sequências: indicando a equipe (A ou V) e o número do círculo que foi ocupado, mantendo a ordem da jogada.

Neste momento, houve dúvidas em ambas as equipes de como preencher a Atividade 1. Diante disso, foi explicado novamente às equipes a tarefa; também foi conferindo o preenchimento.

Nesta primeira rodada, vê-se que os alunos de ambas as equipes buscavam compreender a ideia do jogo sem se preocupar com a estratégia a ser utilizada. É importante ressaltar a importância de todos os alunos da equipe participarem das escolhas durante o jogo.

A seguir, apresentamos um trecho da a transcrição da 2ª rodada realizada neste mesmo encontro.

**P:** – *A Equipe Vermelha ganhou no par ou ímpar e irá começar esta rodada.*

**V:** – *1 e 2*

**A:** – *7 e 8*

**V:** – *3 e 4*

**A:** – *12 e 13*

**V:** – *9 e 10*

**A:** – *6*

**V:** – *14 e 15, ganhamos gente!*

**A:** – *5*

**V:** – *11*

**P:** – *Por que a equipe vermelha, quando chega à antepenúltima jogada, já sabia que tinha vencido?*

**V:** – *Por que sobraram dois bambolês, e a equipe amarela não poderia colocar nos dois por estar distante.*

Notamos, nesta segunda rodada, que os alunos já se preocuparam em antecipar algumas jogadas para facilitar a elaboração da estratégia para vencer. Ambas as equipes ainda estavam acanhadas com receio de expor suas ideias. Assim, a pesquisadora ressaltou a importância de compartilhar suas hipóteses com os colegas, mas muitos relataram que não queriam falar em voz alta para a equipe adversária não escutar e acabar copiando o que tinham pensado. Portanto, foi colocado um gravador em cada equipe para que os alunos pudessem falar suas estratégias, e a discussão do grupo fosse gravada. A seguir, apresentamos um trecho da transcrição da 3ª rodada realizada neste encontro.

*P: – A Equipe Amarela ganhou no par ou ímpar e irá começar esta rodada.*

*A: – 1 e 2*

*V: – 3 e 4*

*A: – 14*

*V: – 9 e 10*

*A: – 7 e 8*

*V: – 5 e 6*

*A: – 11 e 12*

*V: – 13*

*A: – 15*

*P: – A Equipe Amarela foi a vencedora. Muito bem, o que vocês fizeram de diferente das duas primeiras partidas para conseguirem ganhar esta rodada?*

*A: – Nós invertemos o que eles fizeram, para dar ímpar e sobrar um para nós.*

*P: – Equipe Vermelha qual o raciocínio de vocês?*

*V: – Estamos jogando de dois em dois para ir mais rápido e no final buscamos deixar sobrar 1 para ganharmos.*

*P: – Vocês estão analisando a rodada a partir de qual momento? Do início, do meio ou somente no final?*

*A: – Do meio para o final, no começo não conseguimos analisar nada.*

*V: – Mais para o final.*

É importante ressaltar que, nesse momento, os alunos começaram a pensar mais estrategicamente em relação as suas jogadas, pois ambos possuem um problema a ser resolvido que era chegar à vitória no fim de cada rodada. Relembramos que, conforme Onuchic e Allevalo (2011, p. 81), um problema “é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer”.

Ao fim da terceira rodada, notamos que os alunos se encontram na quarta etapa do procedimento de solucionar um problema (*'Resolução do problema'*), a partir do entendimento do jogo, sem dúvidas quanto às regras. Os alunos, em suas equipes, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo.

A pesquisadora, por sua vez, apresenta a quinta etapa *Observar e incentivar*, pois não se tem mais a necessidade de passar as regras do jogo para os alunos: enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o modo que formulam a estratégia, a pesquisadora observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Por meio da mediação, ela os leva a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre os integrantes dos grupos.

Após a terceira rodada, foram realizadas mais cinco rodadas; em todas elas, os alunos foram sendo questionados e levados a apresentar suas ideias com o objetivo de descobrir o que fazer para ganhar sempre. A seguir, serão apresentadas frases de ambas as equipes sobre suas estratégias e alguns apontamentos da pesquisadora.

**A:** – 4. *Porque aí dá pra separar melhor para eles não colocarem de dois ali. Temos que deixar tudo separado para eles não colocarem de dois e ganhar.*

**V:** – 12 e 13. *Porque assim sobram dois círculos afastados para ganharmos.*

Nota-se que as equipes buscam preencher os círculos de modo que deixassem sempre um círculo vazio entre outros já marcados e, em algumas ocasiões, os alunos usavam termos como 'buracos' para se referirem aos círculos não ocupados entre outros dois círculos já ocupados.

**V:** – 8 e 9. *Porque aí já está fechando mais lugares e ocupando mais casas.*

**V:** – 5 e 6. *Porque vai ficar com mais pessoas nos espaços e sobra menos para eles.*

Nota-se que a Equipe Vermelha buscou, sempre que possível, preencher dois círculos por jogada de modo que a rodada acontecesse de forma mais rápida para poderem analisar as três últimas jogadas com objetivo de preencher o último círculo do tabuleiro. Ressaltamos que uma das características da Equipe Vermelha, em todo o encontro, foi querer acelerar, de certa forma, as rodadas para facilitar a visão de quem iria ganhar a rodada.

*A: – Nós temos que esperar jogada deles para poder pensar.*

*A: – Nós temos que colocar sempre o inverso deles*

Com base nessas frases, percebeu-se que uma das características da Equipe Amarela em todo o encontro foi de retaguarda, ou seja, a equipe sempre pensava muito bem antes de cada jogada e discutia mais em relação à equipe adversária. Desde a primeira rodada, a equipe se preocupou primeiramente com a jogada da equipe adversária, além da sua própria jogada. A frase ‘*Nós temos que colocar sempre o inverso deles*’ ganha destaque importante neste momento, pois se refere a uma das colocações de Borin (2004) em relação à estratégia vencedora. Logo, a equipe estava se aproximando da estratégia vencedora.

Embora a Equipe Amarela tenha definido a importância de jogar sempre o inverso da equipe adversária, em alguns momentos, essa não conseguia pôr a estratégia em prática. Consideramos que esse problema se deu devido às diferentes opiniões dos integrantes do grupo.

Apresentamos a transcrição da última rodada realizada neste encontro. Nesta rodada, foi questionado – para cada equipe, em cada jogada – o porquê de estar colocando a marca no círculo em questão e o porquê de um ou dois círculos a serem ocupados.

*P: – A Equipe Vermelha ganhou no par ou ímpar e irá começar esta rodada.*

*V: – 4 e 5.*

*P: – Por que no 4 e 5?*

*V: – Está no começo aí colocamos em qualquer um.*

*P: – Equipe Amarela?*

*A: 2. – Porque colocamos de um, pois estamos tentando separar. Estamos tentando cercar eles. A gente está tentando encaixar onde não dá pra eles colocarem de dois.*

*P: – Equipe Vermelha?*

*V: 3. Porque, estamos tentando fechar eles, porque é melhor, pois vai fechar do lado da parceira, aí não sobra nenhum círculo no meio.*

*P: – Equipe Amarela?*

*A: –7. Porque colocamos apenas um para tentar cercar eles.*

*P: – Equipe Vermelha?*

*V: – 6. Porque estamos fechando os lugares ali para fazer par.*

*P: – Equipe Amarela?*

*A: –15 e 14. Não colocamos nenhuma vez dois círculos, por isso colocamos agora. E colocamos no 15 e 14, porque está longe das vermelhas.*

*P: – Equipe Vermelha?*

*V: – 8 e 9. Porque está ocupando mais lugares.*

*P: – Equipe Amarela?*

*A: – 11. Porque, se colocarmos dois, eles ganham.*

*P: – Equipe Vermelha?*

*V: – 12 e 13. Porque, independente de onde eles colocarem, agora nós vamos ganhar. Vão sobrar dois afastados, não importam aonde eles vão colocar, porque nós vamos ganhar.*

*P: – Equipe Amarela?*

*A: – Tanto faz. Porque a gente já perdeu, tem dois círculos separados então não importa aonde a gente colocar, eles vão ganhar. Pode ser no 1.*

*P: – Equipe Vermelha?*

*V: – 10. Ganhamos!*

Nesta última rodada, notamos que os alunos já estavam se habituando a argumentar e justificar suas escolhas a cada jogada. Em certos momentos, alguns alunos abriam mão de seus palpites em favor da equipe, mas sempre discutindo para chegar a uma melhor jogada. Após o término dessa rodada, foi solicitado para que as equipes definissem a estratégia usada e fizessem os respectivos registros.

Apresentamos, a seguir, a transcrição do registro da Equipe Vermelha.

*Nossa estratégia é de que nós ocupamos todos os espaços vago e que sobre somente dois espaços vagos juntos*

Acredita-se que – ao realizar o registro – os alunos se equivocaram na última palavra: ao invés de escreverem “separados” a equipe registrou “juntos”. Pelo que se pode perceber ao longo das jogadas, a equipe buscava sempre deixar para as últimas jogadas dois círculos vazios separados para que a equipe adversária só pudesse preencher um dos círculos, sobrando, assim, o último círculo para a Equipe Vermelha preencher.

A transcrição, a seguir, mostra o registro da Equipe Amarela.

*A nossa estratégia era sempre fazer o oposto do nosso adversário sempre deixando casas números ímpares para podermos colocar a última carta.*

A Equipe Amarela – por sua vez – acreditava que, se colocassem a quantidade contrária, a equipe adversária iria sempre conseguir obter a oportunidade de preencher o último círculo. Logo, se a Equipe Vermelha

marcasse apenas um círculo, a Equipe Amarela marcaria dois círculos; se a Equipe Vermelha marcasse dois círculos, a Equipe Amarela marcaria apenas um círculo. Esse é um dos passos previstos por Borin (2004), mas, o que os alunos não haviam percebido ainda, é que essa estratégia deveria ser feita apenas na primeira jogada e não em todas como haviam feito. Devido a isso, a equipe nem sempre conseguia conquistar a vitória.

### **Do segundo encontro**

Conforme descrito na análise do primeiro encontro, é importante ressaltar que, de acordo com a tomada de decisão de cada dupla, foram descritas, ao longo desta análise, as jogadas em forma de sequências. A seguir, apresentamos a transcrição da disputa entre as duplas A e B. tem-se, ao final, a dupla A como vencedora.

**A:** – 15  
**B:** – 5 e 6  
**A:** – 12 e 13  
**B:** – 14  
**A:** – 7 e 8  
**B:** – 2  
**A:** – 3 e 4  
**B:** – 10  
**A:** – 1  
**B:** – 9  
**A:** – 11

Observou-se, durante esta primeira jogada, que algumas alunas relembrou as regras, como jogar e o que havia acontecido no primeiro encontro. Já outras formularam seus próprios pensamentos sem – necessariamente – recordar o que havia acontecido anteriormente. Foi possível perceber que a maioria dos alunos pareceu jogar apenas para diversão e não com um olhar investigativo procurando a estratégia vencedora.

Foi solicitado às duplas que relatassem suas estratégias ao longo das jogadas para que pudessem ficar registradas todas as suas ideias; entretanto, alguns alunos ficaram com receio de correr o risco de a dupla adversária copiar seu raciocínio. Diante disso, foi solicitado que as duplas pegassem os



*smartphones* e aproximassem do rosto e falassem baixo, mas o suficiente para que pudesse ser gravado e registrado.

Após o acompanhamento de algumas duplas, viu-se que apenas três dos alunos estavam conseguindo progredir com suas investigações, sendo esses os que se destacaram em relação à participação no primeiro encontro.

Assim, como no primeiro encontro, notamos que os alunos permaneciam com a ideia de preencher os círculos de modo que deixassem sempre um círculo vazio entre outros já ocupados. Podemos ressaltar ainda que os alunos demonstram diferentes possibilidades de jogadas a partir do raciocínio dedutivo, pois – como relata Borin (2004) – o raciocínio dedutivo aparece com maior clareza na escolha dos lances e tal escolha se baseia tanto nas jogadas certas quanto nas erradas e que obriga o jogador a elaborar e a reelaborar suas hipóteses a todo o momento.

É importante destacar o desempenho das duplas I e J, pois foram as que mais avançaram durante todo o encontro. A seguir, apresentamos algumas frases das duas duplas ditas ao longo de todo encontro.

*I: – 3 e 4. Porque vamos ocupar mais círculos.*

*J: – 7 e 6. Porque a dupla I jogou apenas em um.*

*J: – Estamos jogando a quantidade contrária deles.*

*I: – Não está dando certo nossa ideia, vamos jogar o contrário deles também.*

*J: – Não podemos jogar perto, tem que colocar a ficha distante das fichas deles.*

A partir da discussão do grupo, observou-se que as duplas – de modo alternado – evoluíam o modo de pensar sobre o jogo. Na frase da Dupla J “*Estamos jogando a quantidade contrária deles*”, evidencia-se que estava clara a ideia inicial de jogar sempre a quantidade oposta à do adversário, mas também que os alunos não haviam percebido que precisavam colocar O que, no círculo correto e, a partir da segunda jogada, colocar a mesma quantidade de fichas que a dupla adversaria.

Na frase “*Não está dando certo nossa ideia, vamos jogar o contrário deles também*”, dá indícios do modo que o raciocínio dedutivo acontece durante a resolução de problemas em um jogo de estratégia, pois se fundamenta tanto nas jogadas corretas quanto nas erradas e que obriga a dupla em questão a reelaborar suas hipóteses a todo instante.

No momento em que a dupla J ressalta que não poderia jogar perto e que teria que colocar a ficha distante das fichas da dupla adversária, é enfatizado o segundo ponto essencial para a formulação da estratégia vencedora: jogar sempre do lado oposto ao do adversário, de acordo com o eixo de simetria estabelecido no tabuleiro a partir da primeira jogada.

Durante a realização das rodadas, foi percebido que entre as duplas I e J, somente a I começava as jogadas, devido ao fato que os integrantes da Dupla J tinham estabelecido uma nova tática extremamente importante. A cada jogada que se encerrava, o aluno JE, da Dupla J, dizia para a Dupla I começar o jogo; sem entender o motivo da permissão dada pelos adversários, a dupla Dupla I sempre iniciava o jogo.

Conforme relatado na gravação, a Dupla J deixava a dupla adversária iniciar, pois assim conseguia se basear nas jogadas da outra dupla e estabelecer uma melhor estratégia, sendo essa uma estratégia prevista por Borin (2004), uma vez que somente dessa maneira é possível seguir a estratégia e conquistar a vitória.

Contudo, era esperado que mais alunos progredissem como aconteceu com a Dupla J. No entanto, vários alunos se prenderam ao que já haviam definido no primeiro encontro e nenhum deles tentou avançar em suas táticas.

Ao longo de todo encontro, os grupos, com base nas técnicas de Resolução de Problemas, se encontraram na fase de '*Observar e incentivar*' pois os alunos seguiam em busca da resolução do problema em questão.

### **Do terceiro encontro**

Foi feita uma breve discussão com todos sobre as observações e ideias já consolidadas, sobre a dinâmica do jogo; dessa forma, estavam agindo para conquistar a vitória. Durante as discussões, a aluna MF se manifestou dizendo que acreditava que se jogasse a quantidade de círculos, ao contrário do adversário, seria possível obter a vitória, mas, quando foi questionada se desse modo seria possível garantir a vitória, a aluna e alguns outros alunos disseram que não era possível ter tal garantia. Ressaltamos que a aluna possuía essa

divergência de pensamento, pois agia desse modo durante todo o jogo, e que, segundo Borin (2004), é necessário jogar a quantidade contrária de círculos do adversário somente na primeira jogada.

Já o aluno JE conseguiu observar, o que relata Borin (2004), em relação ao jogador que inicia a partida, pois uma das coisas a se fazer para garantir vitória é ser o segundo jogador, porque – ao ser o segundo – é possível se basear na primeira jogada do adversário e manipular toda a rodada em questão.

A seguir, apresentamos um trecho da discussão.

*P: – Com essas informações, algum aluno conseguiu formular o que precisa ser feito para ganhar sempre?*

*JE: – Às vezes dava certo, professora, mas tinha hora que não dava.*

*P: – Diante do que falamos aqui, para facilitar a formulação da estratégia vencedora, vamos pensar em tabuleiros com menor quantidade de círculos.*

Ao propor esta alternativa, a pesquisadora usa uma das técnicas de Resolução de Problemas, que é começar a resolver um problema por uma situação mais simples para chegar a sua forma geral.

*P: – Alguém sugere alguma quantidade de círculos?*

*NV: – Com 1 círculo professora.*

*(risos)*

*JE: – í não tem graça.*

*MC: – Não tem como jogar assim.*

*P: – Por que pessoal?*

*NM: – Porque o primeiro sempre vai ganhar.*

*JE: – Não vai ter jogo.*

*P: – Muito bem, podemos dizer então que não teremos situação de jogo. Alguma outra sugestão?*

*MF: – E um tabuleiro com dois círculos?*

*P: – O que vocês acham?*

*KS: – O segundo jogador vai ganhar.*

*JE: – Não, é o primeiro ainda.*

*MC: – Se as regras forem as mesmas, o primeiro ganha.*

*P: – Mas quais são as regras mesmo?*

*JE: – Pode jogar em um círculo ou em dois que estejam um do lado do outro.*

*P: – Isso mesmo, então se tiver um tabuleiro com dois círculos o primeiro jogador vai poder sempre marcar os dois não é mesmo?*

*Todos: – Sim.*

Assim, neste momento, foi reforçado o fato de que um tabuleiro com um ou dois círculos não permite o jogo entre os jogadores, pois sempre os

primeiros a jogar iriam ganhar marcando o primeiro e o último círculo do tabuleiro. Dizemos que não teremos situação de jogo.

Continuando a discussão.

**P:** – *Alguma outra sugestão de tabuleiro, pessoal?*

**JE:** – *Um com três círculos.*

Neste momento, a pesquisadora foi ao quadro para ilustrar a situação para os alunos.

**P:** – *Quem irá ganhar em um tabuleiro com 3 círculos?*

**NV:** – *O primeiro joga em 1 círculo.*

**PV:** – *O primeiro joga 1 e o outro joga 2.*

**MC:** – *E se o primeiro jogar 2 círculos o segundo vai ganhar!*

**P:** – *Então se o primeiro jogar 1 círculo, quem ganha?*

**Todos:** – *O segundo!*

**P:** – *E se o primeiro jogar 2 círculos, quem ganha?*

**Todos:** – *O segundo!*

**MC:** – *Mesma coisa professora.*

**NV:** – *Sempre o segundo.*

**JE:** – *Por isso é melhor ser o segundo.*

**NV:** – *Mais se o primeiro jogar 1 e o segundo jogar 1, o primeiro jogador consegue ganhar.*

**MC:** – *Mas ninguém vai querer deixar a vitória para o outro.*

Com base nas últimas falas, observamos que os alunos estão conseguindo interagir com os colegas, expondo suas ideias de maneira organizada e respeitando a opinião de cada um. Reforçamos a ideia de que em um tabuleiro com três círculos o segundo jogador sempre irá vencer, pois, independente da jogada de seu adversário, ele irá marcar o último círculo. Definimos – então – que o tabuleiro com três círculos é outro tabuleiro que não nos permite uma situação de jogo. É importante destacar a fala do aluno JE “*Por isso é melhor ser o segundo*”; neste momento, o aluno definiu que seria melhor ser sempre o segundo jogador, por poder se basear nas jogadas de seu adversário.

A partir disso, foi dada continuidade à discussão sempre com o segundo jogador sendo o vencedor.

**P:** – *Vamos pensar então em um tabuleiro com 4 círculos, o que acontece?*

**OS:** – *Se o primeiro jogador...*

**MC:** – *O primeiro joga dois e o segundo joga dois.*

**MA:** – *O segundo joga dois.*

*P:* – Então se o primeiro jogador marcar dois círculos, o segundo jogador deve marcar dois círculos também?

*Todos:* – Sim.

*P:* – Mas e se o primeiro jogador marcar apenas um círculo, o que o segundo jogador deve fazer pessoal?

*OS:* – O segundo precisa marcar um só.

*JE:* – Jogar em um.

*P:* – Mas em qualquer lugar do tabuleiro?

*Todos:* – Não!

*P:* – Por quê?

*NV:* – Ele tem que jogar na frente do primeiro jogador.

*MC:* – Do outro lado.

*JE:* – Se jogar na frente do primeiro jogador, vai sobrar dois círculos separados.

*NM:* – Isso, aí o segundo ganha.

*P:* – Então o segundo jogador deve marcar o círculo em posição oposta à marcação do seu adversário?

*Todos:* – Sim.

*P:* – Muito bem.

Neste momento, é importante vermos que, a partir da proposta de redução da quantidade de círculos do tabuleiro, os alunos obtiveram grandes resultados, pois colocaram em prática o que chamamos de raciocínio indutivo. Os alunos relataram exatamente, como prevê Borin (2004), as duas situações possíveis de jogo com um tabuleiro de 4 círculos.

Continuando a discussão.

*P:* – Continuando a nossa análise, o que acontece ao jogarmos em um tabuleiro com 5 círculos?

*MC:* – Se o primeiro jogador marcar 1 círculo...

*JE:* – O segundo joga dois, professora!

*MQ:* – Isso, o primeiro joga um e o segundo joga dois.

*NE:* – Mais tem que ser no lado oposto!

*P:* – Então se o primeiro jogador marcar um círculo, o segundo jogador deve marcar dois círculos no lado oposto?

*Todos:* – Sim.

*P:* – Mas e se o primeiro jogador marcar dois círculos, o que o segundo jogador deve fazer pessoal?

*JE:* – Marcar um círculo.

*MQ:* – Jogar em um, mas do outro lado.

*NV:* – Ele tem que jogar sempre na frente do primeiro jogador.

*P:* – O que aconteceu com os círculos restantes nas duas situações?

*NM:* – Sobraram dois círculos, um de cada lado.

*JE:* – Dividiu o tabuleiro no meio, ficou a mesma quantidade para cada lado.

Assim como na análise do tabuleiro com 4 círculos nas falas transcritas acima, é notável que os alunos já estavam se habituando a argumentar e a

justificar suas falas. Neste momento do encontro, interagem muito bem; em certos momentos, chegavam a antecipar respostas de algo que ainda não havia sido questionado.

Com o tabuleiro formado por cinco círculos vemos claramente, de acordo com a fala dos alunos, que os mesmos descrevem exatamente o que se é relatado em Borin (2004): de que se o primeiro jogador marcar apenas um círculo e o segundo jogador marcar dois círculos em posição oposta à de seu adversário; na segunda situação, o primeiro jogador marcar dois círculos lado a lado e o segundo jogador marcar apenas um círculo em posição oposta a de seu adversário, sobrarão dois círculos não consecutivos.

Com base nas técnicas de Resolução de Problemas, ressaltamos que os alunos se encontram na fase de *Plenária* pois todos são convidados para discutir as diferentes resoluções registradas, para defender seus pontos de vista e esclarecer suas dúvidas (ONUChIC; ALLEVATO, 2011). Na da *Busca do consenso* – como afirmam Onuchic e Allevato (2011), depois de sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema – o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.

Dessa forma, foi feita a análise do tabuleiro contendo 6 e 7 círculos e da mesma maneira, os alunos seguiram toda a linha de raciocínio para obter a estratégia vencedora. Em ambas as situações, os alunos definiram que, a partir da primeira jogada do segundo jogador, em suas jogadas seguintes, deverá marcar o mesmo número de círculos que seu adversário, mas sempre do lado oposto. Sempre deixando, após cada jogada, o tabuleiro dividido e com a mesma quantidade de círculos de cada lado, ou seja, com as marcas simétricas em relação ao eixo determinado nas duas primeiras jogadas.

A pesquisadora – então – pediu para que os alunos analisassem o que tinham acabado de discutir para então chegar à formalização da estratégia do tabuleiro inicial de 15 círculos.

**P:** – Agora quero que vocês analisem o que anotamos na lousa e vejam se tem algo em comum ou que possa nos ajudar na definição de como jogar em um tabuleiro de 15 círculos.

**MC:** – A estratégia do tabuleiro de 3 e 5 círculos são iguais.

**JE:** – E do 4 e 6 também.

**NV:** – Verdade!

**P:** – O que os tabuleiros de 3 círculos e 5 círculos tem em comum além da estratégia de jogo?

**MQ:** – É a mesma estratégia.

**JE:** – Eles são ímpares!

**P:** – Isso mesmo, além da mesma estratégia ambos possuem quantidades ímpar de círculos.

**MC:** – Então a relação do 4 e 6 é que são pares.

**NV:** – A quantidade de círculos é par do 4 e 6.

**P:** – Muito bem! Então agora quero que pensem e me respondem o que devemos fazer então no tabuleiro com 15 círculos?

Após a pesquisadora realizar esta pergunta, alguns alunos responderam, ao mesmo tempo, que deveriam fazer a mesma estratégia que foi descrita para os tabuleiros de 3 e 5 círculos, pois o número 15 é ímpar também.

Neste momento, em relação às técnicas de Resolução de Problemas, os alunos demonstraram a fase final que é de *Formalização do conteúdo* que retrata, conforme o nome, a formalização descrevendo de maneira formal o modo em que se devem realizar as jogadas em um tabuleiro com 15 círculos padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos pela resolução do problema que é a estratégia vencedora.

Terminada a discussão, foi proposto que os alunos colocassem em prática a estratégia vencedora, aplicando as ideias e táticas que concluíram na discussão.

No decorrer do encontro, durante o acompanhamento das duplas, foi percebido que alguns alunos continuaram jogando de forma aleatória. Entretanto, em quatro duplas presentes, foi possível ver a aplicação exata da estratégia vencedora.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

O ponto de partida para este trabalho foi a inquietação quanto a estímulos dados aos alunos em relação à resolução de problemas e situações que exigem formulação de estratégias para serem resolvidos. Essa inquietação veio de diferentes experiências em sala de aula.

Esse trabalho teve como objetivo de analisar o desenvolvimento e as habilidades de raciocínio indutivo e dedutivo por meio do Jogo dos Círculos, valendo-se de técnicas de Resoluções de Problemas. Sua realização contou com a participação de uma turma de alunos do quinto ano Ensino Fundamental, e toda pesquisa foi norteada pela pergunta *“Qual contribuição a Resolução de Problemas através do uso de jogos irá produzir no desenvolvimento do raciocínio indutivo e dedutivo de alunos do 5º ano dos Anos Iniciais?”*.

A opção por utilizar o Jogo dos Círculos se deu por esse produzir a oportunidade de reduzir as dificuldades apresentadas pelos alunos, desenvolver habilidades de raciocínio indutivo e dedutivo, trabalhar técnicas de resolução de problemas, desenvolver habilidades de percepção espacial e promover o trabalho em equipe proporcionando atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem.

Os resultados obtidos foram satisfatórios, e foi possível perceber que os alunos tendem a se acomodar com o ato de jogar, evitando se posicionar como investigador; a cada jogada, ir elaborando novas táticas para sempre evoluir a caminho do objetivo proposto.

Durante os encontros, foi notável o desenvolvimento do raciocínio dedutivo nos alunos, pois – com bases em suas jogadas tanto precisas como imprecisas – os alunos se sentiam na obrigação de reelaborar suas convicções durante as jogadas a fim de alcançar a estratégia vencedora.

Por sua vez, o raciocínio indutivo foi evidenciado no terceiro encontro, a partir do início da análise feita pelos alunos na redução da quantidade de círculos do tabuleiro pois, dessa forma, os mesmos elaboraram estratégias de maneira particular a cada tabuleiro estudado; posteriormente, com essas análises, eles concluíram a estratégia, de modo geral para tabuleiros com quantidades ímpares e para tabuleiros com quantidades pares de círculos. A partir disso, ao definirem a estratégia vencedora para o tabuleiro de 15 círculos, os alunos fizeram uso da dedução, além da indução, por ser tal estratégia semelhante à dos tabuleiros de 3 e 5 círculos.



Acreditamos que, com a participação no referido projeto, os alunos puderam se sentir motivados a sair do comodismo e pensar além para que possam ter um proveito mais significativo frente a um problema proposto.

### Referências

BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas**: uma estratégia para as salas de aulas de matemática. v. 6. 5. ed. IME-USP, 2004.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**: 1<sup>a</sup> a 5<sup>a</sup> Série para estudantes do curso de Magistério e professores do 1<sup>o</sup> grau. 12. ed. São Paulo: Editora Ática, 2000.

GRANDO, R. C. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. 1. ed. São Paulo: Paulus, 2004.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.. **Pesquisa em resolução de problemas**: avanços e novas perspectivas. Disponível em <<http://200.145.6.238/bitstream/handle/11449/72994/2-s2.0-84873689803.pdf?sequence=1&isAllowed=y>>. Acesso em: 04 nov. 2017.

PONTE, J. P.; PEREIRA, J. M.; HENRIQUES, A. **O raciocínio matemático nos alunos do ensino básico e do ensino superior**. Disponível em <<http://www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa/article/view/4698>>. Acesso em: 23 mai. 2018.

Submetido em 2019-12-16

Publicado em 11/08/2020